Грассмана $B = Gr(m,n)$, а типовым слоем-группа Ли $K = R_0 \cup Gl(m+1)$. Группу K и расслоение $K(B)$ будем называть квадратичными. Действие квадратичной группы K сводится к действиям линейной группы $GL(m+1)$ на плоскости L_m и в подпространстве R_0. Фундаментально-групповая связность в квадратичном расслоении $K(B)$ задается с помощью объекта $\Gamma = (\Gamma^{\beta\gamma}_{\alpha i}, \Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta i})$, компоненты которого удовлетворяют уравнениям (5) и следующим:

$$\nabla\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta i} + \frac{2}{m+1}(\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta i}\omega^{\eta}_{\eta} - \Gamma^{\eta\gamma}_{\eta i}\Delta a_{\alpha\beta}) + \omega^{\gamma}_{\alpha\beta i} + \Gamma^{\eta\gamma}_{\alpha i}\Delta a_{\eta\beta} + \Gamma^{\eta\gamma}_{\beta i}\Delta a_{\alpha\eta} = \Gamma^{\gamma\eta}_{\alpha\beta i j}\omega^{j}_{\eta}. \tag{14}$$

Сравнивая уравнения (12) и (14), видим, что их можно отождествить, когда

$$L^{\gamma\eta\xi}_{\alpha\beta i} = \frac{2}{m+1}\delta^{\eta}_{\alpha}\delta^{\xi}_{\beta}\Gamma^{\zeta\gamma}_{\zeta i} - \delta^{\xi}_{\alpha}\Gamma^{\eta\gamma}_{\beta i} - \delta^{\xi}_{\beta}\Gamma^{\eta\gamma}_{\alpha i}. \tag{15}$$

Запишем продолжение $L^{\gamma\eta\xi}_{\alpha\beta i}$ объекта $L^{\gamma}_{\alpha\beta i}$, соответствующее охвату (13):

$$L^{\gamma\eta\xi}_{\alpha\beta i} = \frac{2}{m+1}(\delta^{\eta}_{\alpha}\delta^{\xi}_{\beta}\mu^{\gamma}_{i} + a_{\alpha\beta}\mu^{\gamma\eta\xi}_{i}) - (\delta^{\xi}_{\alpha}\delta^{\gamma}_{\beta} + \delta^{\xi}_{\beta}\delta^{\gamma}_{\alpha})\mu^{\eta}_{i} - (\delta^{\gamma}_{\beta}a_{\alpha\zeta} + \delta^{\gamma}_{\alpha}a_{\zeta\beta})\mu^{\zeta\xi\eta}_{i} \tag{16}$$

Если $\mu^{\alpha\beta\gamma}_{i} = 0$, то можно считать $\mu^{\alpha}_{i} = \lambda^{\alpha}_{i}$, тогда формулы (15) и (16) совпадают с учетом охвата (6), значит, справедлива

Т е о р е м а 4. Оснащение Бортолотти базы B квадратичного расслоения $K(B)$ дает возможность задать в нем фундаментально-групповую связность.

Библиографический список

1. Б л и з н и к е н е И.В. О геометрии полунеголономной конгруэнции первого рода: Тр. Геометр. семинара | ВИНИТИ АН СССР.-М., 1971, Т.3.С.125-148.

2. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях | Л.Е.Е в т у ш и к и др.; Проблемы геометрии | ВИНИТИ АН СССР.-М., 1979.Т.9.С.1-247.

3. М а л а х о в с к и й В.С. Многообразия p-мерных квадрик в n-мерном проективном пространстве: Тр.I республ. конф. матем. Белоруссии | БГУ.-Минск, 1965.С.233-246.

4. Б л и з н и к е н е И.В. О геометрии секущей поверхности одного класса пространств тензорных опорных элементов с линейчатой базой: Литовский матем. сб. | АН ЛитССР.-Вильнюс, 1969.Т.9, №2.С.233-242.

5. Б л и з н и к а с В.И. Неголономное дифференцирование Ли и линейные связности в пространстве опорных элементов: Литовский матем. сб. | АН ЛитССР.-Вильнюс, 1966. Т.6.№ 2.С.141-209.

УДК 514.75

ПОЛЕ ГИПЕРПЛОСКОСТЕЙ, АССОЦИИРОВАННОЕ С $M(\Lambda)$-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Н.М. Ш е й д о р о в а

В работе продолжается изучение $M(\Lambda)$-распределений проективного пространства P_n [4]. Показано, что с $M(\Lambda)$-распределением в первой дифференциальной окрестности инвариантно ассоциируется трехсоставное распределение $\mathcal{H}(M(\Lambda))$[3]. Используется следующая схема индексов:

$\mathcal{K} = \overline{1,n}$; $\xi, \eta, \zeta = \overline{1,n-1}$; $p, q = \overline{1,\tau}$; $a, b, c, f = \overline{1,m}$;

$i, k = \overline{\tau+1,m}$; $\alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1,n}$; $\hat\alpha, \hat\beta = \overline{m+1,n-1}$; $u, v = \overline{\tau+1,n}$.

Оператор ∇ определим формулой, введенной в работе [1].

1. Рассмотрим распределение $M(\Lambda) \subset P_n$ в репере $\mathcal{R}^0$ [4]. Гиперплоскость H, проходящую через центр A_0, определим точками $P_\xi = A_\xi + X^n_\xi A_n$. Условия стационарности гиперплоскости H имеют вид:

$$\delta X^n_\xi + X^n_\xi\bar\omega^n_n - X^n_\eta\bar\vartheta^\eta_\xi + \bar\omega^n_\xi = 0, \tag{1}$$

где

$$\bar\vartheta^\eta_\xi = \bar\omega^\eta_\xi + X^n_\xi\bar\omega^\eta_n, \quad \mathcal{D}\bar\vartheta^\eta_\xi = \bar\vartheta^\zeta_\xi \wedge \bar\vartheta^\eta_\zeta.$$

Требование $M \subset H$ с тем же центром A_0 приводит к равенствам

$$X^n_a = M^n_a - M^{\hat\alpha}_a X^n_{\hat\alpha}. \tag{2}$$

Трехсоставное распределение $H(M(\Lambda))$ в репере $\mathcal{R}^0$ определяется следующей системой дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{aligned} &d\Lambda^u_p - \Lambda^u_q\theta^q_p + \Lambda^v_p\omega^u_v + \omega^u_p = \Lambda^u_{p\mathcal{K}}\omega^{\mathcal{K}}_0, \\ &dM^\alpha_i - M^\alpha_k\theta^k_i - M^\alpha_p\theta^p_i + M^\beta_i\omega^\alpha_\beta + \omega^\alpha_i = M^\alpha_{i\mathcal{K}}\omega^{\mathcal{K}}_0, \\ &dX^n_{\hat\alpha} - X^n_{\hat\beta}\vartheta^{\hat\beta}_{\hat\alpha} - X^n_a\vartheta^a_{\hat\alpha} + X^n_{\hat\alpha}\omega^n_n + \omega^n_{\hat\alpha} = X^n_{\hat\alpha\mathcal{K}}\omega^{\mathcal{K}}, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$M^\alpha_p = \Lambda^\alpha_p - \Lambda^i_p M^\alpha_i, \quad X^n_a = M^n_a - M^{\hat\alpha}_a X^n_{\hat\alpha}.$$

Формы θ^q_p, $\theta^\varkappa_J$ имеют следующее строение:

$$\begin{gathered}
\theta^q_p=\omega^q_p+\Lambda^u_p\,\omega^q_u,\quad \mathcal{D}\theta^q_p=\theta^s_p\wedge\theta^q_s+\omega^\varkappa_o\wedge(\Lambda^u_{p\varkappa}\omega^q_u-\delta^q_\varkappa(\omega^o_p+\Lambda^u_p\omega^o_u));\\
\theta^b_a=\omega^b_a+M^\alpha_a\omega^b_\alpha,\quad \mathcal{D}\theta^b_a=\theta^c_a\wedge\theta^b_c+\omega^\varkappa_o\wedge(M^\alpha_{a\varkappa}\omega^b_\alpha-\delta^b_\varkappa(\omega^o_a+M^\alpha_a\omega^o_\alpha));\\
\theta^\beta_\alpha=\omega^\beta_\alpha-M^\beta_a\omega^a_\alpha,\quad \mathcal{D}\theta^\beta_\alpha=\theta^\gamma_\alpha\wedge\theta^\beta_\gamma+\omega^\varkappa_o\wedge(-M^\beta_{a\varkappa}\omega^a_\alpha+(M^\beta_a\delta^a_\varkappa-\delta^\beta_\varkappa)\omega^o_\alpha);\\
\theta^o_a=\omega^o_a+M^\alpha_a\omega^o_\alpha,\quad \mathcal{D}\theta^o_a=\theta^b_a\wedge\theta^o_b+\theta^o_a\wedge\omega^o_o+\omega^\varkappa_o\wedge M^\alpha_{a\varkappa}\omega^o_\alpha.
\end{gathered}\tag{4}$$

2. Покажем, что фундаментальным объектом первого порядка M-распределения [4] можно охватить величины $X^n_{\hat\alpha}$. Из величин

$$W^\alpha_{ab}=M^\alpha_{ab}+M^\alpha_{a\beta}M^\beta_b,\quad \overset{(\theta)}{\nabla}W^\alpha_{ab}=W^\alpha_{ab\varkappa}\omega^\varkappa_o,\tag{5}$$

где $M^\alpha_{a\varkappa}$ определяются из формулы (2) работы [4], можно построить симметрический тензор

$$\mathcal{W}^\alpha_{ab}\overset{def}{=}\frac{1}{2}(W^\alpha_{ab}+W^\alpha_{ba}).\tag{6}$$

Из компонент объекта $\mathcal{W}^\alpha_{ab}$ при $n-m<\frac{m(m+1)}{2}$ можно построить относительный инвариант $\mathcal{J}=\mathcal{J}(\mathcal{W}^\alpha_{ab})$ [2], с помощью которого введем обращенный объект $\mathcal{W}^{ab}_\alpha$, симметричный по индексам a, b:

$$\mathcal{W}^{ab}_\alpha=\frac{\partial\ln\mathcal{J}}{\partial W^\alpha_{ab}}=\frac{1}{2}\frac{\partial\ln\mathcal{J}}{\partial\mathcal{W}^\alpha_{ab}}.\tag{7}$$

Компоненты объекта (7) удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$d\mathcal{W}^{ab}_\alpha-\mathcal{W}^{ab}_\beta\theta^\beta_\alpha+\mathcal{W}^{cb}_\alpha\theta^a_c+\mathcal{W}^{ac}_\alpha\theta^b_c-\mathcal{W}^{ab}_\alpha\omega^o_o=\mathcal{W}^{ab}_{\alpha\varkappa}\omega^\varkappa_o.\tag{8}$$

Кроме того, для тензора $\mathcal{W}^{ab}_\alpha$ выполняются соотношения:

$$\mathcal{W}^{ab}_\alpha W^\beta_{ab}=m\,\delta^\beta_\alpha,\quad \mathcal{W}^{ab}_\alpha\mathcal{W}^\alpha_{bc}=(n-m)\,\delta^a_c.\tag{9}$$

Введем тензор: $M^b_a=\mathcal{W}^{bc}_\alpha W^\alpha_{ca}$, $\overset{(\theta)}{\nabla}M^b_a=M^b_{a\varkappa}\omega^\varkappa_o$.

В работе [1] доказано, что для подобного тензора можно определить обращенный тензор $\overset{*}{M}{}^b_a$: $\overset{*}{M}{}^c_a M^c_b=\delta^c_a$, $\overset{*}{M}{}^b_a M^a_c=\delta^b_c$.

Для тензора $W^b_a=(n-m)\delta^b_a-\overset{*}{M}{}^d_c\,\mathcal{W}^{cb}_\alpha W^\alpha_{ad}$, $\overset{(\theta)}{\nabla}W^b_a=W^b_{a\varkappa}\omega^\varkappa_o$ также можно ввести [1] обращенный тензор $\overset{*}{W}{}^b_a$:

$$\overset{*}{W}{}^b_a W^c_b=\delta^c_a,\quad \overset{*}{W}{}^b_a W^a_c=\delta^b_c.$$

Рассмотрим системы величин:

$$t^a_\alpha=M^\beta_{b\alpha}\mathcal{W}^{bc}_\beta\overset{*}{M}{}^a_c,\quad dt^a_\alpha-t^a_\beta\theta^\beta_\alpha+t^b_\alpha\theta^a_b-\mathcal{W}^{bc}_\alpha\overset{*}{M}{}^a_c\theta^o_b-\omega^a_\alpha=t^a_{\alpha\varkappa}\omega^\varkappa_o;$$

$$\begin{gathered}
l_a=-\overset{*}{W}{}^b_a(M^\alpha_{b\alpha}-W^\alpha_{bc}t^c_\alpha),\quad dl_a-l_b\theta^b_a+l_a\omega^o_o+\theta^o_a=l_{a\varkappa}\omega^\varkappa_o;\\
H^a_\alpha=-(l_b\overset{*}{M}{}^a_c\mathcal{W}^{bc}_\alpha+t^a_\alpha),\quad \overset{(\theta)}{\nabla}H^a_\alpha+\omega^a_\alpha=H^a_{\alpha\varkappa}\omega^\varkappa_o;\\
\overline{T}^b_\beta=M^\alpha_{a\beta}\mathcal{W}^{ab}_\alpha+l_a\mathcal{W}^{ab}_\beta,\quad \overset{(\theta)}{\nabla}\overline{T}^b_\beta-M^b_c\omega^c_\beta=\overline{T}^b_{\beta\varkappa}\omega^\varkappa_o;\\
T^b_\beta=\overline{T}^b_\beta+H^a_\beta M^b_a,\quad \overset{(\theta)}{\nabla}T^b_\beta=T^b_{\beta\varkappa}\omega^\varkappa_o;\\
\tau_a=\mathcal{W}^\beta_{ab}M^b_c T^c_\beta,\quad d\tau_a-\tau_b\theta^b_a+\tau_a\omega^o_o=\tau_{a\varkappa}\omega^\varkappa_o;\\
H_\alpha=T^a_\alpha\tau_a,\quad dH_\alpha-H_\beta\theta^\beta_\alpha+H_\alpha\omega^o_o=H_{\alpha\varkappa}\omega^\varkappa_o.
\end{gathered}\tag{10}$$

Величины H_α образуют тензор, присоединенный к группе с инвариантными формами $\overline{\theta}^\beta_\alpha$, $\overline{\omega}^o_o$. Распишем уравнения (10) подробнее: $dH_{\hat\alpha}+H_{\hat\alpha}\omega^o_o-H_{\hat\beta}\theta^{\hat\beta}_{\hat\alpha}-H_n\theta^n_{\hat\alpha}=H_{\hat\alpha\varkappa}\omega^\varkappa_o$,

$$dH_n+H_n\omega^o_o-H_{\hat\beta}\theta^{\hat\beta}_n-H_n\theta^n_n=H_{n\varkappa}\omega^\varkappa_o.$$

При надлежащей нумерации переменных всегда можно считать, что $H_n\neq 0$. Введем следующие величины:

$$H^n_{\hat\alpha}\overset{def}{=}-\frac{H_{\hat\alpha}}{H_n}.\tag{11}$$

Величины $H^n_{\hat\alpha}$ (11) удовлетворяют уравнениям (3), если положить $X^n_a=H^n_a$, где

$$H^n_a=M^n_a-H^n_{\hat\alpha}M^{\hat\alpha}_a.\tag{12}$$

Конечные уравнения гиперплоскости H в репере $\mathcal{R}^o$ имеют следующий вид: $x^n-H^n_a x^a-H^n_{\hat\alpha}x^{\hat\alpha}=0$.

Т е о р е м а. С распределением $M(\Lambda)$ в 1-й дифференциальной окрестности внутренним инвариантным образом ассоциируется трехсоставное $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределение.

Библиографический список

1. Л а п т е в Г.Ф., О с т и а н у Н.М. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I.: Тр. Геометр. семинара / ВИНИТИ АН СССР. -М., 1971. Т. 3. С. 49-94.

2. О с т и а н у Н.М. О геометрии многомерной поверхности проективного пространства.: Тр. Геометр. семинара / ВИНИТИ АН СССР. -М., 1966, Т. 1. С. 239-264.

3. Инвариантные подпространства, ассоциированные с $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. I. / Попов Ю.И. Калинингр. ун-т. Калининград, 1984, -93с. -Библигр. 21 назв. -Рус. -Деп. в ВИНИТИ 2.07.84, № 4481-В.,

4. Ш е й д о р о в а Н.М. Задание двухсоставных распределений $\mathcal{H}^z_m\subset P_n$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвузовский темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Вып. 16. С. 110-112.